

Arvuteooria 9. praktikumi ülesanded:

Kordamine.

1. Leida, milline 2024-kohaline arv kujul $n = 666 \dots 666a666 \dots 666$ jagub arvuga 13, kui number a on (vasakult) 1001. kohal.
2. Tõestada, et täisarvude a ja b korral $(a, b) = 1$ parajasti siis, kui $(a + b, ab) = 1$.
3. Tõestada, et kui $n! + n^2 + 12$ on algarv, siis ka $n^2 + 12$ on algarv.
4. Eksperimendi korras viidi juhuslikult valitud riigiasutuses sisse kohvimaks: 247€ kohvijooja, 85€ teejooja ja 38€ kofeiinipõlguri kohta aastas. Valitud asutuseks osutus Ravimiamet ja aasta lõpuks koguti kokku 8606€. Kas maks õigustas ennast, kui on teada, et igat liiki maksumaksjate koguarvudel oli täpselt sama palju (mitte tingimata erinevaid) algtegereid, ja maksukategooriad määrati terveks aastaks ette ning ilma kattuvusteta?
5. Viis numbrit hulgast $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kirjutatakse juhuslikus järjekorras üles selliselt, et tekib viiekohaline arv, mille kõik numbrid on erinevad. Leida tõenäosus, et niiviisi saadud arv jagub arvuga 6.
6. Leida, mitu nullitegurit on ringides $\mathbb{Z}_{30888}$ ja $\mathbb{Z}_{99} \times \mathbb{Z}_{312}$. Kas ringid $\mathbb{Z}_{30888}$ ja $\mathbb{Z}_{99} \times \mathbb{Z}_{312}$ on isomorfsed? Miks?
7. Leida vähim naturaalarv, mis seitsmekordistub oma viimase numbri esimeseks nihutamisel (sellisel nihutamisel nt $2014 \mapsto 4201$).
8. Teha kindlaks, millis(t)el järgmistest diofantilistest võrranditest on mitte-triviaalseid lahendeid (kõiki lahendeid ei pea leidma):

$$x^2 + y^2 + z^2 = 7w^2; \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9w^2; \quad x^3 + y^3 + z^3 = 2020.$$
9. Leida kõik naturaalarvud n , mille korral $\varphi(n) = \frac{4n}{15}$.
10. Olgu n ruuduvaba naturaalarv. Leida suurim naturaalarv, mis jagub arvuga n ja millel on täpselt n erinevat positiivset jagajat.
11. Lahendada kongruentside süsteem
$$\begin{cases} 5x^3 \equiv 8 & (\text{mod } 13) \\ x^4 \equiv 1 & (\text{mod } 27). \end{cases}$$
12. Lahendada kongruents
$$x^5 + x^4 + x^2 + x + 100 \equiv 0 \pmod{7000}.$$