

Algebra I

Sügis 2024

eksamipiletid

PILET 1

1. (40 punkti) Tõestada, et tehte rakendamise tulemus poolrühmas ei sõltu sulgude paigutusest. (Lause 1.9)
2. (20 punkti) Defineerida eukleidilise ruumi ortogonaalne teisendus. Tuua näide mingist ortogonaalsest teisendusest, mis ei ole samasusteisendus.

PILET 2

1. (40 punkti) Kompleksarvude korpuse konstruktsioon. (Lause 2.1)
2. (20 punkti) Defineerida Eukleidiline ruum. Tuua näide mingist mitte-standardsest skalaarkorrutamisest.

PILET 3

1. (40 punkti) Tõestada valem kompleksarvu n -ndate juurte leidmiseks. (Teoreem 2.12)
2. (20 punkti) Defineerida üleminekumatriks vektorruumi ühelt baasilt teisele. Kuidas on omavahel seotud vektorruumi V lineaarteisenduse φ matriksid baaside e ja e' suhtes?

PILET 4

1. (40 punkti) Tõestada, et kui vektorruumis on olemas lõplik moodustajate süsteem ja vähemalt kaks vektorit, siis selles vektorruumis leidub baas. (Teoreem 3.35)
2. (20 punkti) Defineerida ruutmatriksi karakteristlik polünoom ja matriksite sarnasuse seos. Kuidas on seotud sarnaste matriksite karakteristlikud polünoomid?

PILET 5

1. (40 punkti) Tõestada, et maatriksite korrutamine on assotsiatiivne. (Lause 4.28(1))
2. (20 punkti) Kirjeldada Grami-Schmidti ortogonaliseerimisprotsessi.

PILET 6

1. (40 punkti) Tõestada, et transponeerimisel maatriksi determinant ei muutu. (Teoreem 5.20)
2. (20 punkti) Defineerida lineaarkujutuse tuum ja kujutis. Kuidas saab tuuma abil kontrollida lineaarkujutuse üksühesust?

PILET 7

1. (40 punkti) Tõestada, et sama järku ruutmaatriksite korrutise determinant on võrdne tegurite determinantide korrutisega. (Teoreem 5.35)
2. (20 punkti) Defineerida lineaarkujutus. Tuua näide mingist lineaarkujutusest, mis ei ole nullkujutus ega samasusteisendus.

PILET 8

1. (40 punkti) Tõestada, et ruutmaatriks on pööratav parajasti siis, kui ta on regulaarne. (Teoreem 6.14 ja lause 6.6)
2. (20 punkti) Defineerida polünoomi juur ja selle kordsus. Tuua näide mingist polünoomist, millel leidub kahekordne juur.

PILET 9

1. (40 punkti) Tõestada valem regulaarse ruutmaatriksi pöördmaatriksi leidmiseks algebraliste täiendite abil. (Teoreem 6.17)
2. (20 punkti) Defineerida Eukleidese ring. Tuua näide Eukleidese ringist.

PILET 10

1. (40 punkti) Tõestada, et nullmaatriksist erineva maatriksi astak on võrdne selle maatriksi nullist erinevate miinorite kõrgeima järguga. (Teoreem 7.8)
2. (20 punkti) Defineerida ortogonaalne vektorite süsteem eukleidilises ruumis. Tuua näide mingist ortogonaalsest süsteemist.

PILET 11

1. (40 punkti) Tõestada Kroneckeri-Capelli teoreem. (Teoreem 8.8)
2. (20 punkti) Defineerida ratsionaalmurdude korpus. Milliseid ratsionaalmurde nimetatakse lihtmurdudeks?

PILET 12

1. (40 punkti) Tõestada Crameri valemid. (Teoreem 8.13)
2. (20 punkti) Defineerida lineaarteisenduse omaväärtused ja omavektorid. Tuua näide mingi lineaarteisenduse omavektorist.

PILET 13

1. (40 punkti) Polünoomide ringi konstruktsioon. (Teoreem 9.2)
2. (20 punkti) Defineerida lineaarkujutuse maatriks. Tuua näide sellise lineaarkujutuse maatriksist, mis ei ole nullkujutus ega samasusteisendus.

PILET 14

1. (40 punkti) Tõestada teoreem polünoomide jäägiga jagamise kohta. (Teoreem 9.11)
2. (20 punkti) Defineerida vektorite süsteemi astak. Tuua näide vektorite süsteemist, mille astak on 2.

PILET 15

1. (40 punkti) Tõestada, et Eukleidese ring on faktoriaalne. (Teoreem 9.39)
2. (20 punkti) Millal öeldakse, et lineaarvõrrandisüsteemi puhul on tegemist Crameri peajuhuga? Tuua näide ühest sellisest süsteemist.

PILET 16

1. (40 punkti) Jagatiste korpuse konstruktsioon. (Teoreem 9.42)
2. (20 punkti) Defineerida pöördmaatriks. Tuua näide maatriksist, mis a) on pööratav, b) ei ole pööratav.

PILET 17

1. (40 punkti) Tõestada, et iga nullist erinev ratsionaalmurd on üheselt esitatav polünoomi ja lihtmurru summana. (Lause 9.48)
2. (20 punkti) Defineerida vektorruumi baas. Tuua näide vektorite süsteemist, mis a) on baas, b) ei ole baas.

PILET 18

1. (40 punkti) Tõestada, et iga n -mõõtmeline vektorruum üle korpuse K on isomorfne vektorruumiga K^n .
2. (20 punkti) Defineerida ring. Tuua näide mingist mittekommutatatiivsest ringist.

PILET 19

1. (40 punkti) Tõestada, et lineaarkujutuste vektorruum on isomorfne teatud maatriksite vektorruumiga. (Teoreem 10.19)
2. (20 punkti) Defineerida ruutmaatriksi determinant. Sõnastada 3 determinandi omadust omal valikul.

PILET 20

1. (40 punkti) Tõestada, et eukleidilise ruumi lineaarteisendus on sümmeetriline parajasti siis, kui selle teisenduse maatriks mingi ortonormeeritud baasi suhtes on sümmeetriline.
2. (20 punkti) Defineerida suurim ühistegur ja vähim ühiskordne nullitegureita kommutatiivses ringis.