

**Praktikum 4. Vektorite segakorrutis.**

**Definitsioon 1.** Vektorite  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{E}^3$  segakorrutiseks nimetatakse reaalarvu  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \langle \vec{x} \times \vec{y}, \vec{z} \rangle$ .

**Teoreem 1.** Mittekompanaanarsete vektorite  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{E}^3$  segakorrutise absoluutväärtus on võrdne neile vektoritele ehitatud rööptahuka ruumalaga,  $V = |(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})|$ .

**Lause 1.** Vektorite segakorrutisel on järgmised omadused:

1.  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) > 0$  kui  $\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$  on parema käe kolmik,
2.  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = 0$  kui  $\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$  on on komplanaaarsed,
3.  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) < 0$  kui  $\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$  on vasaku käe kolmik,
4.  $(\alpha \vec{x}_1 + \beta \vec{x}_2, \vec{y}, \vec{z}) = \alpha(\vec{x}_1, \vec{y}, \vec{z}) + \beta(\vec{x}_2, \vec{y}, \vec{z})$  (lineaarsus).

**Teoreem 2.** Olgu vektorite  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{E}^3$  koordinaadid ristreeperis  $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$  ja  $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$ . Nende vektorite segakorrutis võrdub järgmise determinandiga:

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}.$$

**Ülesanne 1.** Leidke alljärgnevatele vektoritele ehitatud rööptahuka ruumala:

- a)  $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ;
- b)  $\vec{a} = 3\vec{m} + 5\vec{n}$ ,  $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{m} + 7\vec{n}$ , kus  $|\vec{m}| = \frac{1}{2}$ ,  $|\vec{n}| = 3$  ja  $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ$ .

**Ülesanne 2.** Tetraeedri tipud on  $A(2, -1, 1)$ ,  $B(5, 5, 4)$ ,  $C(3, 2, -1)$  ja  $D(4, 1, 3)$ . Leidke tetraeedri ruumala.

**Ülesanne 3.** Tetraeedri tipud on  $A(2, 3, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$  ja  $D(-5, -4, 8)$ . Leidke tipust  $D$  tõmmatud kõrgus.

**Ülesanne 4.** Tetraeedri ruumala on  $V = 5$  ja kolm tippu asetsevad punktides  $A(2, 1, -1)$ ,  $B(3, 0, 1)$  ja  $C(2, -1, 3)$ . Leidke neljanda tipu  $D$  koordinaadid, kui ta asetseb  $y$ -teljel.

**Ülesanne 5.** Tõestage, et neli punkti  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(0, 1, 5)$ ,  $C(-1, 2, 1)$  ja  $D(2, 1, 3)$  asetsevad samal tasandil.

**Ülesanne 6.** On antud vektorid  $\vec{a} = (11, 10, 2)$ ,  $\vec{b} = (4, 0, 3)$ . Leidke ühikvektor  $\vec{c}$ , mis on risti vektoritega  $\vec{a}$  ja  $\vec{b}$  ning on suunatud nii, et kolmik  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  on parema käe kolmik.

**Ülesanne 7.** On antud vektorid  $\vec{a} = (8, 4, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, 2, 1)$  ja  $\vec{c} = (1, 1, 1)$ . Leidke ühikvektor  $\vec{d}$ , mis moodustab vektoritega  $\vec{a}$  ja  $\vec{b}$  sama nurga, on risti vektoriga  $\vec{c}$  ning on suunatud nii, et kolmikud  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  ja  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}\}$  oleks sama orientatsiooniga, s.t. mõlemad on kas vasaku käe kolmikud või parema käe kolmikud.