

Praktikum 7. Tasandi normaalkõrrand. Punkti kaugus sirgeni ja tasandini.

Tasandi normaalkõrrand

$$\pi: x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0,$$

kus $p = d(0, \pi) \geq 0$ on tasandi kaugus koordinaatide alguspunktist ja $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ on tasandi normaali sihikoosinused:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

Punkti $P(x_0, y_0, z_0)$ kaugus tasandist $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$:

$$d(P, \pi) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Punkti $P_1(x_0, y_0)$ kaugus sirgest (tasandil) $s: Ax + By + C = 0$:

$$d(P, s) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Punkti $P(x_0, y_0, z_0)$ kaugus sirgest (ruumis) sirgest s sihivektoriga $\vec{s}$:

$$d(P, s) = \frac{|\vec{s} \times \overrightarrow{AP}|}{|\vec{s}|}, \text{ kus } A \in s.$$

Ülesanne 1. Leidke punkti P läbiva ning punktidest A ja B võrdse kaugusel oleva sirge võrrand, kui

- a) $P(1, 2), A(3, 3), B(5, 2);$ c) $P(1, 2), A(2, 3), B(4, -5).$
 b) $P(-2, 3), A(5, -1), B(3, 7);$

Ülesanne 2. Arvutage punkti kaugus sirgest:

- a) $P(7, 9, 7)$ ja $p: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2};$
 b) $Q(1, 3, 5)$ ja $q: \begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 2z - 3 = 0 \end{cases};$
 c) $R(1, 2, 5)$ ja $r: x = t, y = -2t + 1, z = t + 3, t \in \mathbb{R}.$

Ülesanne 3. Leidke punkti P kaugus tasandist π , kui

- a) $P(1, 2, 1)$ ja $\pi : x + 2y + 2z - 10 = 0$;
- b) P on reeperi alguspunkt ja $\pi : 15x - 10y + 6z - 190 = 0$;
- c) $P(2, 0, -\frac{1}{2})$ ja $\pi : 4x - 4y + 2z + 17 = 0$;
- d) $P(4, 3, -2)$ ja $\pi : 3x - y + 5z + 1 = 0$.

Ülesanne 4. Arvutage järgmiste tasandite vahelised nurgad:

- a) $\pi_1 : -2x + 4y - z + 5 = 0,$
 $\pi_2 : 7x + 3y - 2z + 1 = 0$;
- c) $\pi_1 : 6x - 3y + 12z - 23 = 0,$
 $\pi_2 : 10x - 5y + 20z - 1 = 0$;
- b) xz -tasand ja $\pi : 3y - 3z + 5 = 0$;
- d) $\pi_1 : 2x + y - \sqrt{5}z - 3 = 0,$
 $\pi_2 : 3x - y + 7 = 0$.

Ülesanne 5. Leidke tasandiga $x + 2y - 2z + 7 = 0$ paralleelse ja punktist $M(4, 3, -2)$ seitsme ühiku kaugusel asetseva tasandi võrrand.

Ülesanne 6. Tehke kindlaks, kas punkt $P(2, -1, 1)$ ja reeperi alguspunkt asuvad järgmisest tasandist samal pool või asub teine teisel pool.

- a) $5x - 3y + z - 18 = 0$;
- c) $3x - 2y + 2z - 7 = 0$;
- b) $2x + 3y - 6z + 2 = 0$;
- d) $2x + 7y + 3z + 1 = 0$.

Ülesanne 7. Koostage antud punkti läbiva ja antud sirgetega paralleelse tasandi normaalvõrrand, kui

- a) $A(-1, -2, 3), \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-4} = \frac{z-5}{6}, x = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-8}$;
- b) $B(-3, -8, 0), \frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-4}{0}, \begin{cases} 2x - 2y + 2z - 7 = 0 \\ x + 9y - 11z = 0 \end{cases}$.

Ülesanne 8. Koostage paralleelseid sirgeid $s : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ ja $t : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{3}$ läbiva tasandi normaalvõrrand.

Ülesanne 9. Määrake sirge ja tasandi vastastikune asend. Juhul, kui sirge ja tasand lõikuvad, leidke nende lõikepunkt:

- a) $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}, 3x + 5y - z - 2 = 0$;
- b) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}, 3x - 3y + 2z - 5 = 0$;
- c) $\begin{cases} 3x + 5y - 7z + 16 = 0 \\ 2x - y + z - 6 = 0 \end{cases}, 5x - z - 4 = 0$;
- d) $\begin{cases} x + 2y + 3z + 8 = 0 \\ 5x + 3y + z - 16 = 0 \end{cases}, 2x - y - 4z - 24 = 0$.