

Praktikum 1.

Ülesanne 1. Muudame reeprit paralleellükkega. Leida koordinaatide teisendusvalem kui reepri alguspunkt on nüüd punktis

1. $A(3, 4)$,
2. $B(-2, 1)$,
3. $C(-3, 5)$.

Ülesanne 2. Reepri alguspunkt on paralleellükkega kantud punkti $O'(3, -4)$. Uues reepri on antud punktid

1. $A(1, 3)$,
2. $B(-3, 0)$,
3. $C(-1, 4)$.

Mis on nende punktide vanad koordinaadid?

Ülesanne 3. On antud punktid $A^{\mathcal{R}}(1, 2)$ ja $B^{\mathcal{R}'}(1, 2)$. Ristreeper $\mathcal{R}'$ tuleneb ristreeprist $\mathcal{R}$ paralleellükke teel, mis kannab alguspunkti punkti $O'(3, 4)$. Leida punktide A ja B vaheline kaugus.

Ülesanne 4. Leida baasiteisenduse maatriksid, kui ristreeprit on pööratud järgmise nurga võrra

1. 60
2. -90
3. 180

Ülesanne 5. Arvutada punkti $P(2, 5)$ asukoht uues baasis kui

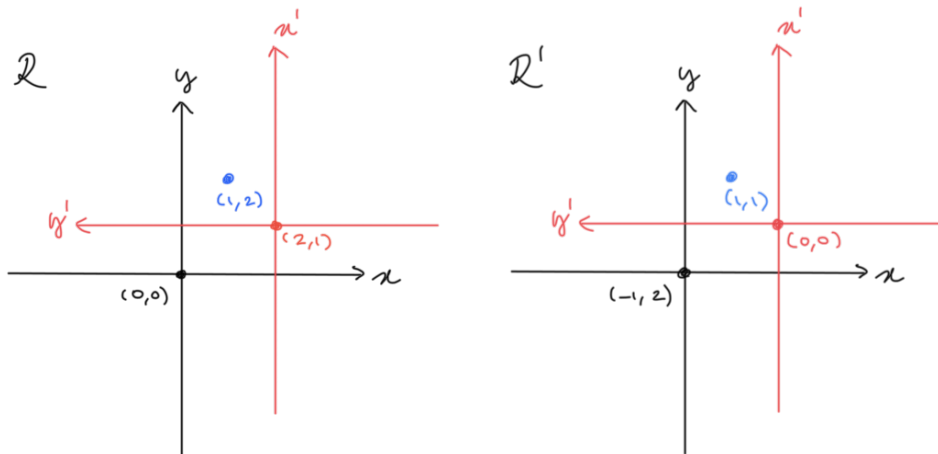
1. algset ristreeprit on pööratud 180 ja alguspunkt on paralleellükkega liigutatud punkti $O'(0, 2)$
2. pööratud 60, lükatud punkti $O'(-3, -3)$
3. pööratud -90 , lükatud punkti $O'(-3, 1)$

Ülesanne 6. Esitada baasiteisenduse maatriks ja vektor ja koostada joonis nende teisenduste korral:

1. peegeldus x -telje suhtes,
2. peegeldus y -telje suhtes ja siis paralleellüke punkti $O'(-5, 4)$,
3. peegeldus x -telje suhtes, siis 180 pööre, lõpuks paralleellüke punkti $O'(3, -2)$.

Ülesanne 7. Olgu tasand. Olgu kolm reeprit $\mathcal{R}, \mathcal{R}', \mathcal{R}''$. Olgu teisendusmaatriks ja vektor reepri $\mathcal{R}$ reepri $\mathcal{R}'$ A ja $\vec{r}$. Olgu teisendusmaatriks ja vektor reepri $\mathcal{R}$ reepri $\mathcal{R}'$ A ja $\vec{r}$. Olgu teisendusmaatriks ja vektor reepri $\mathcal{R}'$ reepri $\mathcal{R}''$ B ja $\vec{p}$.

1. Kirjutada välja kõik baasiteisenduse valemid (nt. $\vec{e}_1 = a_{11}\vec{e}_1 + \dots$
2. Kuidas saada reepri $\mathcal{R}$ otse reepri $\mathcal{R}''$? Asendada $\mathcal{R}' \rightarrow \mathcal{R}''$ ülemineku valemite reepri $\mathcal{R}'$ baasielemendid kasutades $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}'$ ülemineku valemide
3. Korruta ülemineku maatriksid A ja B kokku, korrutada B ja $\vec{r}$ kokku.



Joonis 1: Kolme punkti (O mustas, O' punases, P sinises) koordinaadid eri reeprite korral.

Näide

Olgu pind millel on ristreeper $\mathcal{R}$. Olgu teine reeper selle 90 pööre ja siis paralleellüke punkti $O'(2, 1)$.

Väljendame baasiteisenduse maatriksi alguses läbi algse reepri R , ehk valemi vasakul pool on vektor (x, y) .

Siin on tähtis, et kuna me väljendame seda läbi algse reepri, peavad koordinaadid seda kajastama, spetsiifiliselt $O\vec{O}'$:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Kui me tahame seda valemit väljendada hoopis uue reepri $\mathcal{R}'$ baasil on tähtis, et me kasutame koordinaate selle reepri süsteemis: vaatame hoopis $O'\vec{O}$ asukohta (ja O' koordinaadid reepri $\mathcal{R}'$ on $(0, 0)$).

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Saab ka kontrollida, et ühest järeldub teine

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\
\iff \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \\
\iff \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) &= \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Baasiteisendusmaatriksi pöördmaatriksi saame arvutada tavalise valemiga

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^T = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Mida saab edasi kasutada niimoodi:

$$\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \\
\iff \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) &= \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \\
\iff \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \\
\iff \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \\
\iff \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Lugeja võib üle kontrollida, et nende valemitega saab korrektselt punkti $P^R(1, 2)$ kätte.