

Praktikum 2. Vektorite skalaarkorrutis.

Definitsioon 1. Vektorite $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ skalaarkorrutiseks nimetatakse arvu

$$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \varphi, \quad \text{kus } \varphi = \angle(\vec{a}, \vec{b}).$$

Lause 1. Vektorite skalaarkorrutisel on järgmised omadused:

1. $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \langle \vec{b}, \vec{a} \rangle$ (kommutatiivsus),
2. $\langle \vec{a}, \vec{a} \rangle = |\vec{a}|^2 \geq 0$, kusjuures $\langle \vec{a}, \vec{a} \rangle = 0 \iff \vec{a} = 0$,
3. $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$,
4. $\langle \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}, \vec{c} \rangle = \alpha \langle \vec{a}, \vec{c} \rangle + \beta \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle$ (lineaarsus).

Teoreem 1. Olgu ristreeperis $\mathcal{R}$ vektorite $\vec{a}, \vec{b}$ koordinaadid $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ja $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$. Siis $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$.

Ülesanne 1. Leidke vektorite $\vec{a}, \vec{b}$ skalaarkorrutis, kui

- a) $|\vec{a}| = 8, |\vec{b}| = 5, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$; c) $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$;
 b) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$; d) $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$;

Ülesanne 2. Leidke skalaarkorrutis $\langle \vec{p}, \vec{q} \rangle$, kui $\vec{p} = 3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$ ja $\vec{q} = \vec{a} - 4\vec{b} - 5\vec{c}$, kus $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ on paarikaupa ristuvad ühikvektorid.

Ülesanne 3. Vektorid $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ moodustavad paarikaupa nurgad 60° . Leidke vektori $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ pikkus, kui $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 6$.

Ülesanne 4. Ühikvektorid $\overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{CA} = \vec{b}, \overrightarrow{AB} = \vec{c}$ moodustavad võrdkülgse kolmnurga $\triangle ABC$. Arvutage avaldis $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle + \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle + \langle \vec{c}, \vec{a} \rangle$.

Ülesanne 5. Kasutades skalaarkorrutist, leidke abstsisseljel punkt M , mille kaugus punktist $N(2, -3)$ on 5.

Ülesanne 6. Kasutades skalaarkorrutist, leidke ordinaatteljel punkt M , mille kaugus punktist $N(-8, 13)$ on 17.

Ülesanne 7. On antud ruudu vastastipud $A(3, 0)$ ja $C(-4, 1)$. Leidke ruudu teised tipud.

Ülesanne 8. Kolmnurga tipud on $A(-1, -2, 4), B(-4, -2, 0)$ ja $C(3, -2, 1)$. Leidke tipu B juures olev sisenurk.

Ülesanne 9. Tõestage, et kehtib samasus

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2).$$

Ülesanne 10. Näidake, et vektoritele $\vec{a}, \vec{b}$ ehitatud rööpküliku pindala on

$$S = \sqrt{\begin{vmatrix} \langle \vec{a}, \vec{a} \rangle & \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle \\ \langle \vec{b}, \vec{a} \rangle & \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle \end{vmatrix}}$$