

MITME MUUTUJA MATEMAATILINE ANALÜÜS (LTMS.00.023)

2025.A. SÜGISSEMESTER

Potentsiaalsed eksamiteoreemid,

s.t. teoreemid, mida on eksamil vaja osata tõestada
(ettevalmistamisajal tohib piiratud aja jooksul vaadata materjale)

I pt. MITME MUUTUJA FUNKTSIOONI PIIRVÄÄRTUS JA PIDEVUS

- Hulga lahtisuse kirjeldus tema täiendi kinnisuse kaudu (lause 1.8); lahtise kera lahtisus ja kinnise kera kinnisus ruumis $\mathbb{R}^m$ (lause 1.7).
- Hulga sulundi punktide, kuhjumispunktide ja kinnisuse kirjeldus jadade keeles (laused 2.2, 2.4 ja 2.3).
- Bolzano–Weierstrassi teoreem (teoreem 2.5); Cauchy kriteerium jada koonduvuseks ruumis $\mathbb{R}^m$ (teoreem 2.6).
- Heine kriteerium mitme muutuja funktsiooni piirväärtuse jaoks (teoreem 3.1).

II pt. MITME MUUTUJA FUNKTSIOONIDE DIFERENTSIAALARVUTUS

- Tarvilikke ja piisavaid tingimusi mitme muutuja funktsiooni diferentseeruvuseks antud punktis (teoreem 1.4 koos teoreemiga 1.1, lemmaga 1.2 ja teoreemiga 1.3).
- Piisav tingimus mitme muutuja funktsiooni diferentseeruvuseks tema esimest järku osatuletis-funktsioonide pidevuse kaudu (teoreem 1.6).
- Diferentseeruva kahe muutuja funktsiooni graafiku puutujatasandi olemasolu (teoreemi 1.7 esimene pool).
- Diferentseeruvate mitme muutuja funktsioonide liitfunktsiooni diferentseeruvus (teoreem 1.8).
- Diferentseeruva mitme muutuja funktsiooni tuletis antud vektori suunas (teoreem 2.1); tema tuletis gradiendi suunas (teoreem 2.2; siin võib piirduda kahe kuni kolme muutuja funktsioonide juhuga – vt. märkust 2.5).
- Kaks korda diferentseeruva kahe muutuja funktsiooni teist järku segaosatuletiste sõltumatus diferentseerimise järjekorrast (teoreem 3.3).
- Taylori valem jääkliikmega Lagrange' kujul (teoreem 4.4).

III pt. ILMUTAMATA FUNKTSIOONIDE TEOORIA

- Ühe muutuja ilmutamata funktsiooni olemasolu ja pidevus (teoreem 2.1).
- Ühe muutuja ilmutamata funktsiooni diferentseeruvus (teoreem 2.2).

IV pt. MITME MUUTUJA FUNKTSIOONI EKSTREEMUMID

- Piisavad tingimused lokaalse ekstreemumi olemasoluks ja mitteolemasoluks kaks korda diferentseeruva funktsiooni statsionaarses punktis (teoreem 1.3).

V pt. KORDSED INTEGRAALID

- Tarvilikke ja piisavaid tingimusi tõkestatud kahe muutuja funktsiooni (Riemanni mõttes) integreeruvuseks ristkülikus (teoreem 1.6).
- Lõigis pideva (ühe muutuja) funktsiooni graafiku nullmõõdulisus (lause 2.4).
- Tarvilik ja piisav tingimus hulga Jordani mõttes mõõtuvuseks tema raja nullmõõdulisuse kaudu (teoreem 2.5 koos lemmaga 2.6).
- Mõõtuvas kinnises hulgas pideva kahe muutuja funktsiooni integreeruvus (teoreem 2.8).
- Integraal tõkestatud funktsioonist üle nullmõõduga hulga (teoreem 2.9).
- Kahekordse integraali omadused, mis on seotud aritmeetiliste tehetega (teoreem 3.1).
- Kahekordse integraali omadused, mis on seotud järjestusega (teoreem 3.4).
- Kahekordse integraali aditiivsus piirkonna järgi (teoreemid 3.6 ja 3.5).
- Kahekordse integraali arvutamine üle ristküliku (teoreem 5.1).

VI pt. JOONINTEGRAALID

•