

MITME MUUTUJA MATEMAATILINE ANALÜÜS (LTMS.00.023)

2025.A. SÜGISSEMESTER

Eksamiteoreemid,

s.t. teoreemid, mida on eksamil vaja osata tõestada
(ettevalmistamisajal tohib piiratud aja jooksul vaadata materjale)

I pt. MITME MUUTUJA FUNKTSIOONI PIIRVÄÄRTUS JA PIDEVUS

1. Hulga lahtisuse kirjeldus tema täiendi kinnisuse kaudu (lause 1.8); lahtise kera lahtisus ja kinnise kera kinnisus ruumis $\mathbb{R}^m$ (lause 1.7).
2. Hulga sulundi punktide, kuhjumispunktide ja kinnisuse kirjeldus jadade keeles (laused 2.2, 2.4 ja 2.3).

II pt. MITME MUUTUJA FUNKTSIOONIDE DIFERENTSIAALARVUTUS

3. Tarvilikke ja piisavaid tingimusi mitme muutuja funktsiooni diferentseeruvuseks antud punktis (teoreem 1.4 koos teoreemiga 1.1, lemmaga 1.2 ja teoreemiga 1.3).
4. Piisav tingimus mitme muutuja funktsiooni diferentseeruvuseks tema esimest järku osatuletis-funktsioonide pidevuse kaudu (teoreem 1.6).
5. Diferentseeruva kahe muutuja funktsiooni graafiku puutujatasandi olemasolu (teoreemi 1.7 esimehe pool).
6. Diferentseeruvate mitme muutuja funktsioonide liitfunktsiooni diferentseeruvus (teoreem 1.8).
7. Diferentseeruva mitme muutuja funktsiooni tuletis antud vektori suunas (teoreem 2.1); tema tuletis gradiendi suunas (teoreem 2.2; siin võib piirduda kahe kuni kolme muutuja funktsioonide juhuga – vt. märkust 2.5).
8. Kaks korda diferentseeruva kahe muutuja funktsiooni teist järku segaosatuletiste sõltumatus diferentseerimise järjekorrast (teoreem 3.3).

III pt. ILMUTAMATA FUNKTSIOONIDE TEOORIA

9. Ühe muutuja ilmutamata funktsiooni olemasolu ja pidevus (teoreem 2.1).
10. Ühe muutuja ilmutamata funktsiooni diferentseeruvus (teoreem 2.2).

IV pt. MITME MUUTUJA FUNKTSIOONI EKSTREEMUMID

11. Piisavad tingimused lokaalse ekstreemumi olemasoluks ja mitteolemasoluks kaks korda diferentseeruva funktsiooni statsionaarses punktis (teoreem 1.3).

V pt. KORDSED INTEGRAALID

12. Tarvilikke ja piisavaid tingimusi tõkestatud kahe muutuja funktsiooni (Riemanni mõttes) integreeruvuseks riskülikus (teoreem 1.6).
13. Mõõtuvas kinnises hulgas pideva kahe muutuja funktsiooni integreeruvus (teoreem 2.8).
14. Integraal tõkestatud funktsioonist üle nullmõõduga hulga (teoreem 2.9).
15. Kahekordse integraali omadused, mis on seotud aritmeetiliste tehetega (teoreem 3.1).
16. Kahekordse integraali omadused, mis on seotud järjestusega (teoreem 3.4).
17. Kahekordse integraali aditiivsus piirkonna järgi (teoreemid 3.6 ja 3.5).
18. Kahekordse integraali arvutamine üle risküliku (teoreem 5.1).

VI pt. JOONINTEGRAALID

19. Seos kaare sirgestuvuse ja tema kõõlmurdjoonte pikkuste piirväärtuse olemasolu vahel (teoreem 1.3).
20. Tasandilise kaare pikkuse arvutamine (teoreem 1.4).
21. Esimest liiki joonintegraali olulisemad omadused (lause 2.3).
22. Esimest liiki joonintegraali arvutamine (teoreem 2.4).
23. Teist liiki joonintegraali olulisemad omadused (lause 3.3).

24. Teist liiki joonintegraali arvutamine (teoreem 3.4).
25. Samaväärsed tingimused teist liiki joonintegraali sõltumatusega integreerimistest (juhul, kui integraalilune avaldis on kinnine diferentsiaal, piirduda erijuhuga, kus vaadeldav piirkond on tähekujuline) (teoreem 3.8).

VII pt. PARAMEETRIST SÕLTUVAD INTEGRAALID

26. Parameetrist sõltuva Riemanni integraali pidevus (teoreem 1.1).
27. Parameetrist sõltuva Riemanni integraali diferentseeruvus (teoreem 1.3).
28. Esimest liiki päratu integraal parameetrist sõltuvast esimest liiki päratust integraalist – integreerimise järjekorra vahetamine (teoreem 2.14).

Loend mõistetest, mida on eksamil vaja osata defineerida

- Hulga sisepunkt (ruumis $\mathbb{R}^m$), rajapunkt, sisemus, raja, sulund; hulga lahtisus ja kinnisus.
- Jada koonduvus ruumis $\mathbb{R}^m$.
- Mitme muutuja funktsiooni piirväärtus (nii antud punktis kui ka punkti normi lähenemisel lõpmatuseni; nii lõplik kui ka lõpmatu piirväärtus).
- Kahe muutuja funktsiooni korduvad piirväärtused.
- Mitme muutuja funktsiooni osatuletised ja osatuletisfunktsioonid, kõrgemat järku osatuletised ja osatuletisfunktsioonid; tuletis antud vektori suunas; gradient.
- Mitme muutuja funktsiooni diferentseeruvus, (esimest järku) täisdiferentsiaal, kõrgemat järku diferentseeruvus, kõrgemat järku täisdiferentsiaalid.
- Mitme muutuja funktsiooni Tayloriga valem, selle jääkliikme Peano kuju.
- Antud riskülikus võrrandiga $F(x, y) = 0$ määratud ilmutamata funktsioon.
- Mitme muutuja funktsiooni lokaalsed ekstreemumid (ranged ja mitteranged).
- Ruutvorm, ruutvormi positiivne ja negatiivne määratus, ruutvormi määramatus; kaks korda diferentseeruva funktsiooni hessiaan, teist järku täisdiferentsiaali tõlgendamine ruutvormina.
- Kahe muutuja funktsiooni Riemanni summad (riskülikus), Riemanni summade piirväärtus, Riemanni integraal.
- Kahe muutuja funktsiooni Darboux' summad (riskülikus), Darboux' integraal, Darboux' summade piirväärtus.
- Kahe muutuja funktsiooni Riemanni integraal üle mis tahes hulga.
- Jordani mõõt ruumis $\mathbb{R}^2$; nullmõõduga hulgad.
- Tasandilise kaare kõõlmurdjoon; kaare sirgestuvus ja pikkus.
- Tasandilise kaare kõõlmurdjoon; kaare kõõlmurdjoonte pikkuste piirväärtus.
- Esimest liiki tasandiline joonintegraal.
- Teist liiki tasandiline joonintegraal.
- Teist liiki tasandilise joonintegraali sõltumatus integreerimistest.
- Parameetrist sõltuv Riemanni integraal; parameetrist sõltuvad päratud integraalid (esimest ja teist liiki).
- Parameetrist sõltuvate päratute integraalide ühtlane koonduvus.
- Euleri beetafunktsioon ja gammafunktsioon.